

TRAVAUX PRATIQUES MAPLE NO. 1

STRUCTURES DE CALCUL I

Exercice 1 : Calculer le terme général des suites périodiques suivantes :

- (1) $u_n := \sin n\pi$;
- (2) $v_n := \cos(\frac{\pi}{2} + n\pi)$;
- (3) $w_n := \tan n\pi$;
- (4) $x_n := \sin(\frac{\pi}{2} + n\pi)$;
- (5) $y_n := \cos n\pi$.

Vous indiquerez que n est un entier grâce à la commande `assume` (étudier au passage cette commande avec l'aide en ligne). Le nombre π se note `Pi`.

Exercice 2 : Calculer les limites des suites suivantes (utiliser la commande `limit` dont vous trouverez le fonctionnement avec l'aide en ligne). Rappelons que la fonction $x \mapsto e^x$ s'écrit `exp(x)` sous Maple.

- (1) $\frac{\ln^5 n}{n^3}$;
- (2) $\frac{n^6}{e^{n^2}}$;
- (3) $\frac{e^{n^8}}{n!}$;
- (4) $\frac{n!}{n^n}$.

Exercice 3 : Calculer les limites des suites suivantes :

- (1) $\frac{3n^2 + 1}{-5n^2 + 6n - 6}$;
- (2) $\frac{4n^3 + 9n}{2n^2 + 7}$;
- (3) $\frac{n^2 + n + 1}{-6n^3 + 4n}$.

Exercice 4 : Calculer les limites des suites suivantes :

- (1) $n \sin \frac{1}{n}$;
- (2) $n^2(\cos \frac{1}{n} - 1)$;
- (3) $n \tan \frac{1}{n}$;
- (4) $n \ln(1 + \frac{1}{n})$;
- (5) $n(e^{\frac{1}{n}} - 1)$;
- (6) $n(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1)$;
- (7) $n((1 + \frac{1}{n})^\alpha - 1)$.

Exercice 5 : On considère la suite $u_n := n!$.

- (1) Calculer le quotient de u_n par $v_n := \sqrt{n}n^n e^{-n}$. Déterminer sa limite. En déduire un équivalent de u_n (à l'infini) que l'on note u_n^1 ;
- (2) Calculer le quotient du reste $u_n - u_n^1$ par $w_n := \frac{1}{\sqrt{n}}n^n e^{-n}$. Déterminer sa limite. En déduire le deuxième terme du développement asymptotique de u_n ;
- (3) Vérifier le résultat grâce à la commande `series`.

Exercice 6 : On considère la suite $u_n := u_0 + nr$ (suite arithmétique).

- (1) Calculer la limite de u_n selon que $r > 0$, $r < 0$ ou $r = 0$;
- (2) Calculer et factoriser la somme $s_N := \sum_{n=0}^N u_n$. (Vous utiliserez les commandes `factor` et `sum`.) Avant de faire cela, vous taperez "`r := 'r' ;`" pour enlever toutes les hypothèses sur `r`.

Exercice 7 : Calculer et factoriser les sommes suivantes :

- (1) $\sum_{k=0}^n k$;
- (2) $\sum_{k=0}^n k^2$;
- (3) $\sum_{k=0}^n k^3$;
- (4) $\sum_{k=0}^n k^4$;

$$(5) \sum_{k=0}^n k^5;$$

$$(6) \sum_{k=0}^n (ak^3 + bk^2 + ck + d).$$

Exercice 8 : On considère la suite géométrique $u_n := u_0q^n$.

(1) Calculer la limite de u_n selon que $q > 1$, $q < -1$ ou $-1 < q < 1$;

(2) Calculer et factoriser $s_N := \sum_{n=0}^N u_n$ (taper "q := 'q' ;");

(3) Calculer la limite de s_N selon que $q > 1$, $q < -1$ ou $-1 < q < 1$.